

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection

# Chapitre 11: Applications et continuité



## Savoir Faire:

- Montrer qu'une fonction est continue en un point
- Montrer qu'une fonction est continue sur un intervalle
- Utilisation du théorème de la bijection
- Manipuler les fonctions réciproques.

## I - Continuité d'une fonction



On définit rigoureusement la notion de continuité vue en terminale. Ce sera l'occasion de revoir le théorème des valeurs intermédiaires et un corollaire important : le théorème de la bijection. Dans toute cette partie,  $f$  désignera une fonction à valeurs réelles définie sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .

# I - Continuité d'une fonction



On définit rigoureusement la notion de continuité vue en terminale. Ce sera l'occasion de revoir le théorème des valeurs intermédiaires et un corollaire important : le théorème de la bijection. Dans toute cette partie,  $f$  désignera une fonction à valeurs réelles définie sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .

## 1) Continuité en 1 point

### Définition : Continuité en un point

La fonction  $f$  est définie sur  $I$  et soit  $x_0 \in I$ .

- On dit que la fonction  $f$  est **continue en**  $x_0$  si  $f$  admet une limite finie en  $x_0$  et si  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .

# I - Continuité d'une fonction



On définit rigoureusement la notion de continuité vue en terminale. Ce sera l'occasion de revoir le théorème des valeurs intermédiaires et un corollaire important : le théorème de la bijection. Dans toute cette partie,  $f$  désignera une fonction à valeurs réelles définie sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .

## 1) Continuité en 1 point

### Définition : Continuité en un point

La fonction  $f$  est définie sur  $I$  et soit  $x_0 \in I$ .

- On dit que la fonction  $f$  est **continue en**  $x_0$  si  $f$  admet une limite finie en  $x_0$  et si  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .
- On dit que la fonction  $f$  est **continue à gauche en**  $x_0$  (resp. **continue à droite en**  $x_0$ ) lorsque :

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0) \text{ (resp. } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0).)$$



### Exercice 1

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection



**Remarque :** Pour que  $f$  soit continue en  $x_0$ , il est nécessaire  
qu'elle soit définie en  $x_0$ .



**Remarque :** Pour que  $f$  soit continue en  $x_0$ , il est nécessaire qu'elle soit définie en  $x_0$ .

### Propriété - Continuité en un point

Une fonction  $f$  est continue en  $x_0$  si et seulement si  $f$  est continue à gauche et à droite en  $x_0$ .



**Remarque :** Pour que  $f$  soit continue en  $x_0$ , il est nécessaire qu'elle soit définie en  $x_0$ .

### Propriété - Continuité en un point

Une fonction  $f$  est continue en  $x_0$  si et seulement si  $f$  est continue à gauche et à droite en  $x_0$ .



### Étudier la continuité en un point $x_0$

On calcule la limite à gauche et à droite de la fonction en  $x_0$  et on regarde si la limite est égale à  $f(x_0)$ .



### Exercice 2

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection

## 2) Continuité sur un intervalle



*Que dire de la continuité sur un intervalle*

## 2) Continuité sur un intervalle



*Que dire de la continuité sur un intervalle*

### Définition : Continuité sur un intervalle

On dit que la fonction  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  est **continue sur I** lorsque  $f$  est continue en tout point de  $I$ . L'ensemble des fonctions continues sur  $I$  est noté  $\mathcal{C}(I)$  ou  $\mathcal{C}^0(I)$

## 2) Continuité sur un intervalle



*Que dire de la continuité sur un intervalle*

### Définition : Continuité sur un intervalle

On dit que la fonction  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  est **continue sur I** lorsque  $f$  est continue en tout point de  $I$ . L'ensemble des fonctions continues sur  $I$  est noté  $\mathcal{C}(I)$  ou  $\mathcal{C}^0(I)$



**Remarque** : Naïvement, une fonction est continue sur un intervalle si l'on peut dessiner sa courbe représentative sur cet intervalle sans lever le crayon.

## 2) Continuité sur un intervalle



*Que dire de la continuité sur un intervalle*

### Définition : Continuité sur un intervalle

On dit que la fonction  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  est **continue sur I** lorsque  $f$  est continue en tout point de  $I$ . L'ensemble des fonctions continues sur  $I$  est noté  $\mathcal{C}(I)$  ou  $\mathcal{C}^0(I)$



**Remarque** : Naïvement, une fonction est continue sur un intervalle si l'on peut dessiner sa courbe représentative sur cet intervalle sans lever le crayon.

### Propriété - Continuité et fonctions usuelles



*Donner les fonctions usuelles continues*

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

**Continuité sur un  
intervalle**

Prolongement par  
continuité

**Théorèmes liés à la  
continuité**

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection



## *Comment définir les fonctions continues par morceaux ?*



## Comment définir les fonctions continues par morceaux ?

### Définition : Continuité par morceaux

On dit qu'une fonction  $f$  est **continue par morceaux sur un intervalle  $I$**  si :

- 1  $f$  n'a qu'un nombre fini de points de discontinuité sur  $I$ ,
- 2  $f$  admet une limite à gauche et à droite en chacun des ces points.



## Comment définir les fonctions continues par morceaux ?

### Définition : Continuité par morceaux

On dit qu'une fonction  $f$  est **continue par morceaux sur un intervalle  $I$**  si :

- 1  $f$  n'a qu'un nombre fini de points de discontinuité sur  $I$ ,
- 2  $f$  admet une limite à gauche et à droite en chacun des ces points.



Les fonctions continues par morceaux se généralisent lorsqu'il y a un nombre **dénombrable** de discontinuité (i.e. qu'on peut compter). Cela permet de dire que la fonction partie entière est continue par morceau. Cette notion n'est pas au programme et c'est pour cela qu'on se contente de dire qu'il doit y avoir un nombre fini de points.



### Dessin. Exercice 3

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

**Continuité sur un  
intervalle**

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection



*Comment montrer qu'une fonction est continue sur un intervalle ?*



Comment montrer qu'une fonction est continue sur un intervalle ?

## Propriété - Opérations sur les fonctions continues

Si  $f$  et  $g$  sont deux fonctions **continues** sur un intervalle  $I$  et  $\lambda$  un nombre réel, alors :

- les fonctions  $f + g$ ,  $\lambda f$  et  $f \times g$  sont **continues** sur  $I$
- Si  $f$  ne s'annule pas sur  $I$ , alors  $\frac{g}{f}$  est **continue** sur  $I$
- Soit  $h$  une fonction définie et continue sur un intervalle  $J$  tel que  $f(I) \subset J$ . Alors  $h \circ f$  est une fonction continue sur  $I$



Comment montrer qu'une fonction est continue sur un intervalle ?

## Propriété - Opérations sur les fonctions continues

Si  $f$  et  $g$  sont deux fonctions **continues** sur un intervalle  $I$  et  $\lambda$  un nombre réel, alors :

- les fonctions  $f + g$ ,  $\lambda f$  et  $f \times g$  sont **continues** sur  $I$
- Si  $f$  ne s'annule pas sur  $I$ , alors  $\frac{g}{f}$  est **continue** sur  $I$
- Soit  $h$  une fonction définie et continue sur un intervalle  $J$  tel que  $f(I) \subset J$ . Alors  $h \circ f$  est une fonction continue sur  $I$



## Continuité des fonctions usuelles

Prouver la continuité de fonctions usuelles revient à trouver le domaine de définition de la fonction.



## Exercice 4

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection



## Bilan : Étude de la continuité

- 1 On regarde là où la continuité ne pose pas de problème (à l'aide des fonctions usuelles) et là où il y a des points de discontinuité



### Exercice 5

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection



## Bilan : Étude de la continuité

- 1 On regarde là où la continuité ne pose pas de problème (à l'aide des fonctions usuelles) et là où il y a des points de discontinuité
- 2 On fait la limite à gauche et à droite des points problématiques.



### Exercice 5

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection



## Bilan : Étude de la continuité

- 1 On regarde là où la continuité ne pose pas de problème (à l'aide des fonctions usuelles) et là où il y a des points de discontinuité
- 2 On fait la limite à gauche et à droite des points problématiques.
- 3 On conclut.

**Attention : Bien comprendre la consigne**




### Exercice 5

### 3) Prolongement par continuité



Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+^*$  par  $f(x) = x \ln(x)$ . La fonction  $f$  est-elle continue en 0 ?


### 3) Prolongement par continuité

 Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+^*$  par  $f(x) = x \ln(x)$ . La fonction  $f$  est-elle continue en 0 ?

#### Définition : Prolongement par continuité


Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  sauf en un réel  $a$ . On suppose que  $f$  est continue sur  $I \setminus \{a\}$ , et qu'il existe un réel  $\ell$  tel que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ . On dit qu'on peut prolonger par continuité la fonction  $f$  en posant  $f(a) = \ell$ . On définit ainsi une nouvelle fonction, définie sur  $I$ , qui est continue sur  $I$  et coïncide avec  $f$  sur  $I \setminus \{a\}$ .

### 3) Prolongement par continuité

 Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+^*$  par  $f(x) = x \ln(x)$ . La fonction  $f$  est-elle continue en 0 ?

#### Définition : Prolongement par continuité

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  sauf en un réel  $a$ . On suppose que  $f$  est continue sur  $I \setminus \{a\}$ , et qu'il existe un réel  $\ell$  tel que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ . On dit qu'on peut prolonger par continuité la fonction  $f$  en posant  $f(a) = \ell$ . On définit ainsi une nouvelle fonction, définie sur  $I$ , qui est continue sur  $I$  et coïncide avec  $f$  sur  $I \setminus \{a\}$ .

 **Remarque** : Rigoureusement, on doit définir une nouvelle fonction  $\tilde{f}$ . En pratique, on confondra toujours  $f$  et  $\tilde{f}$ .

 *Exercice 6*

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection

## II - Théorèmes liés à la continuité

### 1) Théorème de la limite monotone



*Que dire d'une fonction continue, croissante et majorée ?*

## II - Théorèmes liés à la continuité

### 1) Théorème de la limite monotone



*Que dire d'une fonction continue, croissante et majorée ?*

#### Théorème - Théorème de la limite monotone

Toute fonction  $f$  continue, croissante et majorée admet une limite finie en  $+\infty$ . De même, toute fonction continue, décroissante et minorée, admet une limite finie en  $+\infty$ .



**Remarque :** Ce théorème a peu d'intérêt pour les fonctions, mais sera particulièrement utile dans sa version pour les suites.

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

**Théorèmes liés à la  
continuité**

Théorème de la limite  
monotone

**Théorème des valeurs  
intermédiaires**

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection

## II - Théorèmes liés à la continuité

### 2) Théorème des valeurs intermédiaires

## II - Théorèmes liés à la continuité

### 2) Théorème des valeurs intermédiaires

#### Théorème - Théorème des valeurs intermédiaires

Soit  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction ,  $a, b \in I$  avec  $a < b$ . Si la fonction  $f$  est **continue** sur l'intervalle  $[a; b]$  , alors  $f$  atteint toute valeur intermédiaire entre  $f(a)$  et  $f(b)$  :

$\forall y \in [f(a); f(b)]$  (ou  $[f(b); f(a)]$ ),  $\exists x \in [a, b]$  tel que  $f(x) = y$



*Dessin et Exercice 7*

## II - Théorèmes liés à la continuité

### 2) Théorème des valeurs intermédiaires

#### Théorème - Théorème des valeurs intermédiaires

Soit  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction ,  $a, b \in I$  avec  $a < b$ . Si la fonction  $f$  est **continue** sur l'intervalle  $[a; b]$  , alors  $f$  atteint toute valeur intermédiaire entre  $f(a)$  et  $f(b)$  :

$\forall y \in [f(a); f(b)]$  (ou  $[f(b); f(a)]$ ),  $\exists x \in [a, b]$  tel que  $f(x) = y$



#### *Dessin et Exercice 7*



#### Remarque :

- Attention : il n'y a pas forcément unicité de la solution.

## II - Théorèmes liés à la continuité

### 2) Théorème des valeurs intermédiaires

#### Théorème - Théorème des valeurs intermédiaires

Soit  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction,  $a, b \in I$  avec  $a < b$ . Si la fonction  $f$  est **continue** sur l'intervalle  $[a; b]$ , alors  $f$  atteint toute valeur intermédiaire entre  $f(a)$  et  $f(b)$  :

$\forall y \in [f(a); f(b)]$  (ou  $[f(b); f(a)]$ ),  $\exists x \in [a, b]$  tel que  $f(x) = y$



#### Dessin et Exercice 7



#### Remarque :

- Attention : il n'y a pas forcément unicité de la solution.
- On peut obtenir l'image de l'intervalle par lecture du tableau de variations.

#### Théorème - Théorème des valeurs intermédiaires

L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.



#### Exercice 8

## Chapitre 11: Applications et continuité

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

**Théorème des valeurs  
intermédiaires**

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection



*Et si on écrit ce théorème lorsque  $y$  vaut 0 ?*

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection



*Et si on écrit ce théorème lorsque  $y$  vaut 0 ?*

### Théorème - Théorème de Bolzano

Si  $f$  est continue sur  $[a; b]$  et si  $f(a)f(b) \leq 0$  (c'est à dire si  $f$  change de signe), alors il existe  $c \in [a; b]$  tel que  $f(c) = 0$ .

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection



*Et si on écrit ce théorème lorsque  $y$  vaut 0 ?*

### Théorème - Théorème de Bolzano

Si  $f$  est continue sur  $[a; b]$  et si  $f(a)f(b) \leq 0$  (c'est à dire si  $f$  change de signe), alors il existe  $c \in [a; b]$  tel que  $f(c) = 0$ .



**Remarque :** On utilisera souvent le tableau de variations pour mettre en évidence les solutions.



*Exercice 9*

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

**Image d'un segment par  
une fonction continue**

Théorème de la bijection

### 3) Image d'un segment par une fonction continue

### 3) Image d'un segment par une fonction continue

#### Définition : Segment

On appelle **segment de  $\mathbb{R}$**  un intervalle **fermé borné**, c'est à dire un intervalle de la forme  $[a, b]$  avec  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  et  $a < b$

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection

### 3) Image d'un segment par une fonction continue

#### Définition : Segment

On appelle **segment de  $\mathbb{R}$**  un intervalle **fermé borné**, c'est à dire un intervalle de la forme  $[a, b]$  avec  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  et  $a < b$

#### Théorème - Fonction continue et segment

Si  $f$  est **continue** sur un segment  $[a; b]$  , alors  $f$  est bornée et atteint ses bornes.

### 3) Image d'un segment par une fonction continue

#### Définition : Segment

On appelle **segment de  $\mathbb{R}$**  un intervalle **fermé borné**, c'est à dire un intervalle de la forme  $[a, b]$  avec  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  et  $a < b$

#### Théorème - Fonction continue et segment

Si  $f$  est **continue** sur un segment  $[a; b]$  , alors  $f$  est bornée et atteint ses bornes.

🌀 **Remarque** : Ce théorème énonce que  $f$  admet sur  $[a; b]$  un maximum  $M$  et un minimum  $m$ .

### 3) Image d'un segment par une fonction continue

#### Définition : Segment

On appelle **segment de  $\mathbb{R}$**  un intervalle **fermé borné**, c'est à dire un intervalle de la forme  $[a, b]$  avec  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  et  $a < b$

#### Théorème - Fonction continue et segment

Si  $f$  est **continue** sur un segment  $[a; b]$ , alors  $f$  est bornée et atteint ses bornes.



**Remarque** : Ce théorème énonce que  $f$  admet sur  $[a; b]$  un maximum  $M$  et un minimum  $m$ .

#### Corollaire

L'image d'un segment par une fonction **continue** est un segment.



#### Exercice 10

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection.

## 4) Théorème de la bijection.

Dans le cas où  $f$  est strictement monotone, on peut préciser le théorème des valeurs intermédiaires.

#### 4) Théorème de la bijection.

Dans le cas où  $f$  est strictement monotone, on peut préciser le théorème des valeurs intermédiaires.

#### Théorème - de la bijection

Si  $f$  est continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  alors

$$\forall y \in f(I), \exists ! x \in I, \quad f(x) = y$$



**Remarque :** On appliquera très souvent ce théorème pour

$$y = 0.$$



#### Exercice 11



**Remarque :** La formule précédente est la définition même  
d'une bijection

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection.



**Remarque :** La formule précédente est la définition même d'une bijection

### Théorème - de la bijection (deuxième version)

Si  $f$  est **continue** et **strictement monotone** sur un intervalle  $I$  alors  $f$  réalise une bijection de  $I$  vers  $J = f(I)$ .

De plus, sa fonction réciproque  $f^{-1} : J \rightarrow I$  existe, elle est aussi **continue** sur  $J$ , **strictement monotone**, de **même sens de variation** que  $f$

Continuité d'une fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un intervalle

Prolongement par continuité

Théorèmes liés à la continuité

Théorème de la limite monotone

Théorème des valeurs intermédiaires

Image d'un segment par une fonction continue

Théorème de la bijection.



**Remarque :** La formule précédente est la définition même d'une bijection

### Théorème - de la bijection (deuxième version)

Si  $f$  est **continue** et **strictement monotone** sur un intervalle  $I$  alors  $f$  réalise une bijection de  $I$  vers  $J = f(I)$ .

De plus, sa fonction réciproque  $f^{-1} : J \rightarrow I$  existe, elle est aussi **continue** sur  $J$ , **strictement monotone**, de **même sens de variation** que  $f$

### Exemple - Bijections connues

La fonction  $x \rightarrow x^2$  est une bijection de  $\mathbb{R}_+$  dans  $\mathbb{R}_+$ . Sa fonction réciproque est la fonction racine carrée.

La fonction  $x \rightarrow \exp(x)$  est une bijection de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}_+^*$ . Sa fonction réciproque est la fonction  $\ln$ .

Continuité d'une  
fonction

Continuité en 1 point

Continuité sur un  
intervalle

Prolongement par  
continuité

Théorèmes liés à la  
continuité

Théorème de la limite  
monotone

Théorème des valeurs  
intermédiaires

Image d'un segment par  
une fonction continue

Théorème de la bijection.



**Remarque :** La formule précédente est la définition même d'une bijection

### Théorème - de la bijection (deuxième version)

Si  $f$  est **continue** et **strictement monotone** sur un intervalle  $I$  alors  $f$  réalise une bijection de  $I$  vers  $J = f(I)$ .

De plus, sa fonction réciproque  $f^{-1} : J \rightarrow I$  existe, elle est aussi **continue** sur  $J$ , **strictement monotone**, de **même sens de variation** que  $f$

### Exemple - Bijections connues

La fonction  $x \rightarrow x^2$  est une bijection de  $\mathbb{R}_+$  dans  $\mathbb{R}_+$ . Sa fonction réciproque est la fonction racine carrée.

La fonction  $x \rightarrow \exp(x)$  est une bijection de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}_+^*$ . Sa fonction réciproque est la fonction  $\ln$ .



**Remarque :** Si deux fonctions sont en bijection, leurs courbes représentatives sont symétriques par rapport à la droite  $y = x$ .



*Dessin et Exercice 12*