

Chapitre 1

Fonctions usuelles et calculs



Savoir Faire:

- Manipuler les racines carrées
- Simplifier des puissances
- Résoudre une équation
- Utiliser les formules de \ln ou de \exp
- Tracer des courbes
- Déterminer le domaine de définition d'une fonction
- Manipuler des quantificateurs
- Manipuler des valeurs absolues
- Manipuler la fonction partie entière

Fonctions et
QuantificateursFonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction lin

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

Dans de nombreuses situations, une valeur recherchée dépend directement d'une (ou de plusieurs) autre(s) valeur(s).

Par exemple, la demande du consommateur en bœuf dépend du prix auquel le bœuf est vendu, le nombre de particules fines de l'air dépend du nombre de voitures sur les routes... Toutes ces situations peuvent être modélisées en mathématiques à l'aide des fonctions.

Fonctions et
QuantificateursFonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

Dans de nombreuses situations, une valeur recherchée dépend directement d'une (ou de plusieurs) autre(s) valeur(s).

Par exemple, la demande du consommateur en bœuf dépend du prix auquel le bœuf est vendu, le nombre de particules fines de l'air dépend du nombre de voitures sur les routes... Toutes ces situations peuvent être modélisées en mathématiques à l'aide des fonctions.

Exemple - Fonction prix de vente

Une enseigne vend des lecteurs blu-ray. Le prix de vente $p(x)$ dépend de la demande hebdomadaire x pour un modèle particulier à travers la formule :

$$p(x) = 115 - 4\sqrt{x}, \quad 9 \leq x \leq 300$$

I - Fonctions et Quantificateurs

Fonctions et Quantificateurs

Fonctions de références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

I - Fonctions et Quantificateurs

Définition : Fonction

On appelle fonction f , définie sur un domaine I , un objet qui à partir d'un nombre donné x associe une unique image notée $f(x)$.
On note $f : x \rightarrow f(x)$ pour dire " f est la fonction qui à x associe $f(x)$ ".

I - Fonctions et Quantificateurs

Définition : Fonction

On appelle fonction f , définie sur un domaine I , un objet qui à partir d'un nombre donné x associe une unique image notée $f(x)$.
On note $f : x \rightarrow f(x)$ pour dire " f est la fonction qui à x associe $f(x)$ ".



Remarque : Les fonctions seront notées f ou $x \rightarrow f(x)$.
Attention à ne pas confondre avec la notation $f(x)$ qui est un nombre (c'est l'image du nombre x par la fonction f).



Différentes représentation des fonctions.

I - Fonctions et Quantificateurs

Définition : Fonction

On appelle fonction f , définie sur un domaine I , un objet qui à partir d'un nombre donné x associe une unique image notée $f(x)$.
On note $f : x \rightarrow f(x)$ pour dire " f est la fonction qui à x associe $f(x)$ ".



Remarque : Les fonctions seront notées f ou $x \rightarrow f(x)$.
Attention à ne pas confondre avec la notation $f(x)$ qui est un nombre (c'est l'image du nombre x par la fonction f).



Différentes représentation des fonctions.

Définition : Ensemble de définition

On appelle ensemble de définition d'une fonction f , noté souvent \mathcal{D}_f , l'ensemble de tous les nombres x où l'on peut calculer $f(x)$ (i.e. où $f(x)$ est définie).



Dans les exemples précédents.

Exemple -

Phrase Naturelle : *Pour tout nombre compris entre 0 et 1, la fonction prix de vente p est positive ou nulle.*

Phrase Mathématique : $\forall x \in [0; 1], \quad p(x) \geq 0.$

Exemple -

Phrase Naturelle : *Pour tout nombre compris entre 0 et 1, la fonction prix de vente p est positive ou nulle.*

Phrase Mathématique : $\forall x \in [0; 1], \quad p(x) \geq 0.$

Définition : Quantificateur

Tout au long de l'année, nous aurons besoin, afin d'écrire des phrases mathématiques, des quantificateurs suivants :

- Le symbole \forall signifie "Quel que soit" ou encore "Pour tout".
- Le symbole \exists signifie "il existe".
- Les symboles $\exists!$ signifient : "il existe un unique".

Exemple -

Phrase Naturelle : *Pour tout nombre compris entre 0 et 1, la fonction prix de vente p est positive ou nulle.*

Phrase Mathématique : $\forall x \in [0; 1], p(x) \geq 0.$

Définition : Quantificateur

Tout au long de l'année, nous aurons besoin, afin d'écrire des phrases mathématiques, des quantificateurs suivants :

- Le symbole \forall signifie "Quel que soit" ou encore "Pour tout".
- Le symbole \exists signifie "il existe".
- Les symboles $\exists!$ signifient : "il existe un unique".



Remarque : Le symbole \in signifie "appartient à", "appartenant à".

*Exercice 1.*

II - Fonctions de références

1) Fonctions Polynômes

II - Fonctions de références

1) Fonctions Polynômes

Définition : Fonctions Polynômes

Les fonctions polynômes sont toutes les fonctions définie sur \mathbb{R} de la forme :

$$x \rightarrow a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0.$$

avec a_0, \dots, a_n des nombres réels.

II - Fonctions de références

1) Fonctions Polynômes

Définition : Fonctions Polynômes

Les fonctions polynômes sont toutes les fonctions définie sur \mathbb{R} de la forme :

$$x \rightarrow a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0.$$

avec a_0, \dots, a_n des nombres réels.

Exemple - Polynômes particuliers

Les fonctions polynômes peuvent être :

- Des fonctions constantes : $x \rightarrow 5$.
- Des fonctions affines : $x \rightarrow 4x + 3$.
- Des polynômes du second degré : $x \rightarrow x^2 - 4x + 4$.

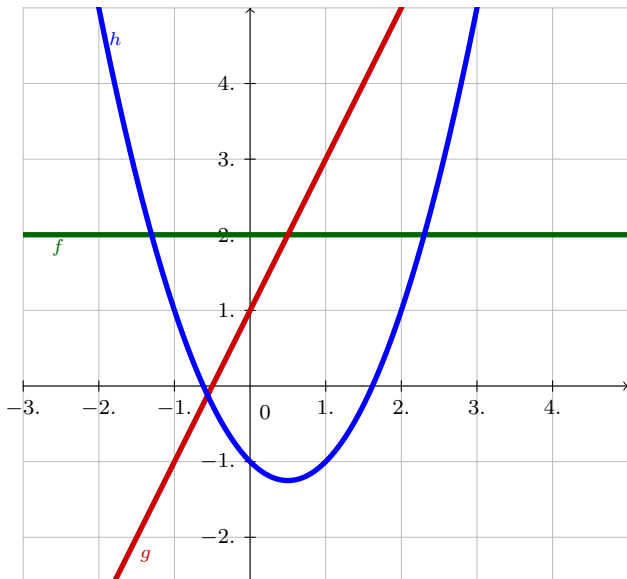


Figure – Des fonctions polynômes

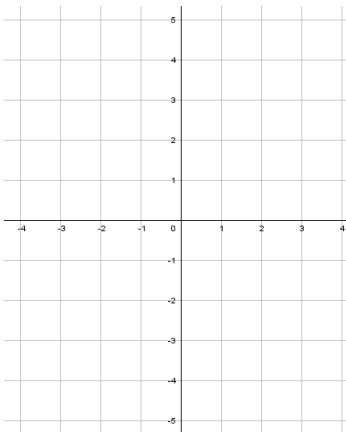


On veut tracer la droite d'équation $y = 2x + 1$.



1ère méthode

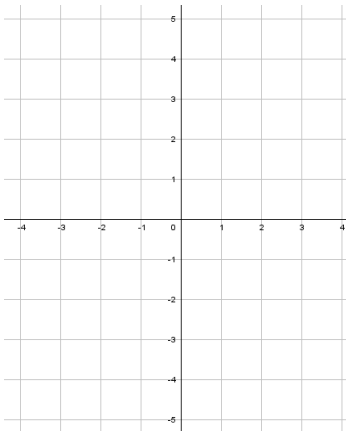
Calculer deux points de la droite puis relier ces 2 points.





2nde méthode

Placer l'ordonnée à l'origine. Décaler de 1 vers la droite et monter (ou descendre) du coefficient directeur.



Exercice 2

2) Fonction inverse

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

2) Fonction inverse

Définition : Fonction inverse

La fonction **inverse** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, par

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

2) Fonction inverse

Définition : Fonction inverse

La fonction **inverse** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, par

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Propriété - Simplification

Pour tous réels a, b et c , on a

$$\bullet \frac{a \times b}{a \times c} = \frac{b}{c} \quad \bullet \frac{a + b}{a + c} \neq \frac{b}{c} \quad \bullet \frac{a}{1} = a.$$

2) Fonction inverse

Définition : Fonction inverse

La fonction **inverse** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, par

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Propriété - Simplification

Pour tous réels a, b et c , on a

$$\bullet \frac{a \times b}{a \times c} = \frac{b}{c} \quad \bullet \frac{a + b}{a + c} \neq \frac{b}{c} \quad \bullet \frac{a}{1} = a.$$

Propriété - Produit de fractions

Dans un produit de fractions, on effectue toutes les simplifications possibles avant d'effectuer le produit des numérateurs et le produit des dénominateurs.

$$\bullet \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \bullet \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} = \frac{a}{c} \quad \bullet \frac{ab}{c} \times \frac{c}{ad} = \frac{b}{d}.$$

Propriété - Produit de fractions

On ne garde jamais une expression qui contient des barres de fractions superposées.

$$\bullet \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

$$\bullet \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}.$$

$$\bullet \frac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}.$$

Propriété - Produit de fractions

On ne garde jamais une expression qui contient des barres de fractions superposées.

$$\bullet \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad \bullet \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc} \quad \bullet \frac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$$

Définition : Fonction rationnelle

On appelle **fonction rationnelle** toute fonction qui s'écrit comme le quotient de deux fonctions polynômes.

Propriété - Produit de fractions

On ne garde jamais une expression qui contient des barres de fractions superposées.

$$\bullet \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad \bullet \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc} \quad \bullet \frac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$$

Définition : Fonction rationnelle

On appelle **fonction rationnelle** toute fonction qui s'écrit comme le quotient de deux fonctions polynômes.

Exemple - Fonctions rationnelles

$$f : x \rightarrow \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}, \quad g : x \rightarrow \frac{x - 1}{x + 1}, \quad h : x \rightarrow \frac{x^7 + 3x}{x(x^2 + 1)}$$

Chapitre 1
Fonctions usuelles et
calculs

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction lin

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

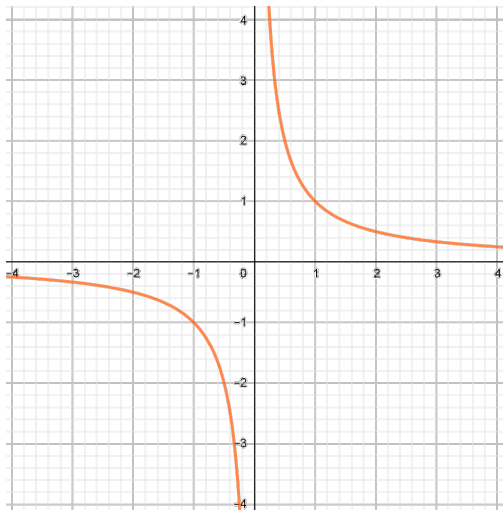


Figure – Fonction inverse



Exercice 3

3) Fonction racine carrée

3) Fonction racine carrée

Définition : Racine carrée

Pour tout nombre réel x positif, il existe un unique nombre réel positif, noté \sqrt{x} dont le carré vaut x . Ce nombre est appelée la racine carrée de x

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

3) Fonction racine carrée

Définition : Racine carrée

Pour tout nombre réel x positif, il existe un unique nombre réel positif, noté \sqrt{x} dont le carré vaut x . Ce nombre est appelée la racine carrée de x



Extraire la racine carrée d'un nombre est un problème difficile qui occupe les mathématiciens depuis l'antiquité et le fameux théorème de Pythagore.

Propriété -

Pour tous réels $a \geq 0$ et $b \geq 0$, on a

$$\bullet \sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a \qquad \bullet \sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}.$$

Il ne faut pas oublier que

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Propriété - Réduction

Pour réduire des racines carrées on utilise

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}.$$

Propriété - Quantité conjuguée

Quand on a une fraction de la forme $\frac{a}{b + \sqrt{c}}$, on multiplie le numérateur et le dénominateur par la quantité conjuguée $b - \sqrt{c}$. Cela permet de simplifier les dénominateurs qui n'ont alors plus de racines carrées.

Propriété - Réduction

Pour réduire des racines carrées on utilise

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}.$$

Propriété - Quantité conjuguée

Quand on a une fraction de la forme $\frac{a}{b + \sqrt{c}}$, on multiplie le numérateur et le dénominateur par la quantité conjuguée $b - \sqrt{c}$. Cela permet de simplifier les dénominateurs qui n'ont alors plus de racines carrées.

Définition : Fonction racine carrée

La fonction $x \rightarrow \sqrt{x}$ est définie sur $\mathbb{R}_+ = [0; +\infty[$ et est appelée fonction racine carrée.

Fonctions et
QuantificateursFonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

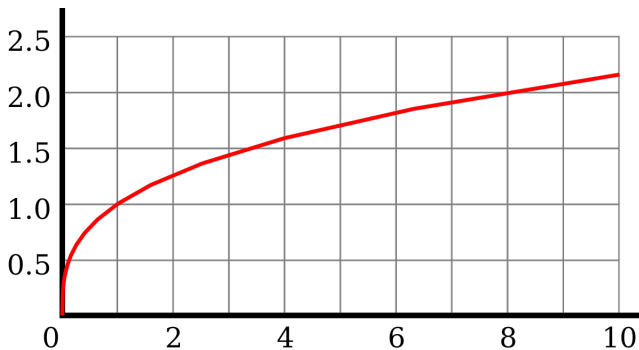
Déterminer un ensemble
de définition

Figure – Fonction racine carrée



Exercice 4

4) Fonction valeur absolue

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

4) Fonction valeur absolue

Définition : Fonction valeur absolue

La fonction valeur absolue est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases} .$$

Propriété -

La valeur absolue possède les propriétés suivantes. $\forall a, b \in \mathbb{R}$,

- $|a| \geq 0$
- $|a| = \sqrt{a^2}$
- $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$
- $|ab| = |a| \times |b|$
- $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$

On a également les propriétés pour résoudre des inégalités :

- $|a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$
- $|a| \geq b \Leftrightarrow a \leq -b \text{ et } a \geq b$

4) Fonction valeur absolue

Définition : Fonction valeur absolue

La fonction valeur absolue est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases} .$$

Propriété -

La valeur absolue possède les propriétés suivantes. $\forall a, b \in \mathbb{R}$,

- $|a| \geq 0$
- $|a| = \sqrt{a^2}$
- $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$
- $|ab| = |a| \times |b|$
- $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$

On a également les propriétés pour résoudre des inégalités :

- $|a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$
- $|a| \geq b \Leftrightarrow a \leq -b \text{ et } a \geq b$

Théorème - Inégalité triangulaire

Pour tous réels x et y ,

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

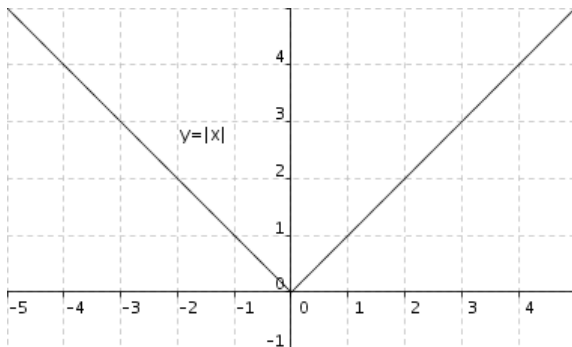


Figure – Fonction valeur absolue



Exercice 5

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

5) Fonction ln

5) Fonction ln

Définition : Fonction logarithme Népérien

La fonction logarithme népérien, notée \ln , est l'unique fonction définie sur \mathbb{R}_+^* telle que

$$\forall x > 0, \ln'(x) = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad \ln 1 = 0.$$

5) Fonction ln

Définition : Fonction logarithme Népérien

La fonction logarithme népérien, notée \ln , est l'unique fonction définie sur \mathbb{R}_+^* telle que

$$\forall x > 0, \ln'(x) = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad \ln 1 = 0.$$

Propriété -

Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$, on a les règles de calculs suivantes

- $\ln(1) = 0$
- $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\ln(e) = 1$
- $\ln(a^b) = b \ln(a)$
- $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$

Chapitre 1

Fonctions usuelles et calculs

Fonctions et Quantificateurs

Fonctions de références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble de définition

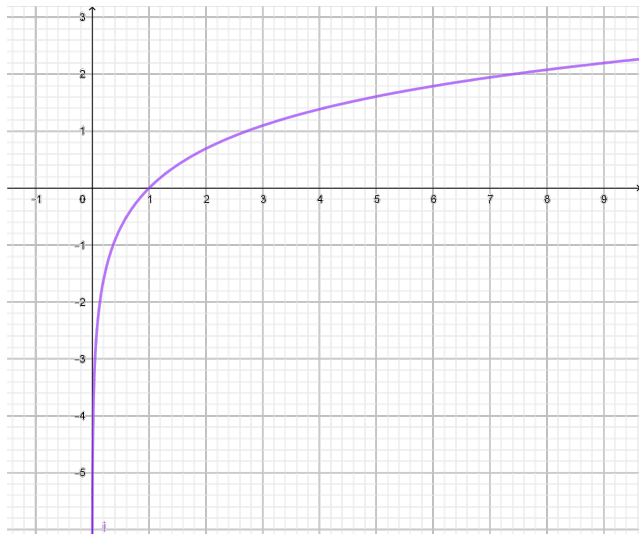


Figure – Fonction ln

6) Fonction exp

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

6) Fonction exp

Définition : Fonction exponentielle

La fonction exponentielle, notée \exp , est l'unique fonction définie sur \mathbb{R} dont la dérivée est elle-même et telle que $\exp(0) = 1$. On la note $\exp(x) = e^x$.

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

6) Fonction exp

Définition : Fonction exponentielle

La fonction exponentielle, notée \exp , est l'unique fonction définie sur \mathbb{R} dont la dérivée est elle-même et telle que $\exp(0) = 1$. On la note $\exp(x) = e^x$.



La fonction exponentielle est utilisée pour résoudre de nombreux problèmes allant de l'augmentation d'un capital à taux d'intérêt constant, à l'accroissement de la population d'un groupe d'individu en passant par la décroissance des éléments radioactifs dans un objet.

Propriété -

Pour tous réels a et b , on a les règles de calculs suivantes

- $e^0 = 1$
- $e^{a+b} = e^a e^b$
- $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$
- $e^1 = e$
- $(e^a)^b = e^{ab}$
- $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$



Remarque : La fonction exponentielle est la fonction réciproque de la fonction logarithme Népérien. Cela signifie :



Remarque : La fonction exponentielle est la fonction réciproque de la fonction logarithme Népérien. Cela signifie :

- $\forall x \in \mathbb{R}, \ln(e^x) = x.$
- $\forall x > 0, \exp(\ln(x)) = x.$
- $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y > 0, e^x = y$ si et seulement si $x = \ln(y).$

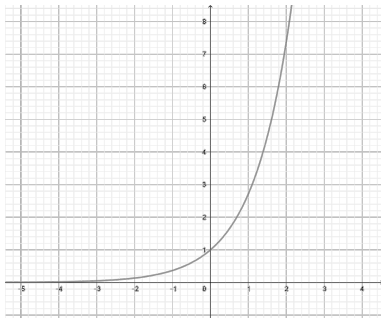


Figure – Fonction exponentielle

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

7) Fonctions puissances

7) Fonctions puissances

Définition : Puissances entières

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, On définit les puissances d'un nombre $y \in \mathbb{R}^*$ par

$$y^n = y \times y \dots \times y, \quad y^{-n} = \frac{1}{y \times y \dots \times y}, \quad y^0 = 1.$$

On définit également pour $y \in \mathbb{R}_+^*$,

$$y^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{y}.$$

7) Fonctions puissances

Définition : Puissances entières

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, On définit les puissances d'un nombre $y \in \mathbb{R}^*$ par

$$y^n = y \times y \dots \times y, \quad y^{-n} = \frac{1}{y \times y \dots \times y}, \quad y^0 = 1.$$

On définit également pour $y \in \mathbb{R}_+^*$,

$$y^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{y}.$$



Les fonctions puissances généralisent les puissances entières et fractionnaires.

7) Fonctions puissances

Définition : Puissances entières

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, On définit les puissances d'un nombre $y \in \mathbb{R}^*$ par

$$y^n = y \times y \dots \times y, \quad y^{-n} = \frac{1}{y \times y \dots \times y}, \quad y^0 = 1.$$

On définit également pour $y \in \mathbb{R}_+^*$,

$$y^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{y}.$$



Les fonctions puissances généralisent les puissances entières et fractionnaires.

Définition : Fonctions puissances

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$, les fonctions puissances sont définies pour $x \in \mathbb{R}_+^*$ par $x \rightarrow x^\alpha := e^{\alpha \ln(x)}$.

Propriété -

Pour tous nombres rationnels réels a et b et pour tous réels positifs x et y , on a

- $(x^a)^b = x^{ab}$.

- $x^a \times x^b = x^{a+b}$.

- $x^a \times y^a = (xy)^a$.

- $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$.

- $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$.

- $\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$.

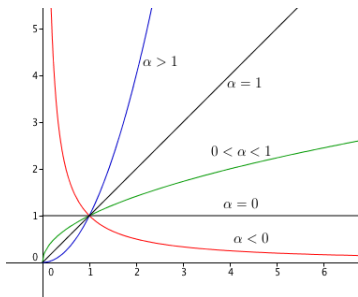


Figure – Fonctions puissances



Exercice 6

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

8) Fonction partie entière

8) Fonction partie entière

Définition : Fonction Partie entière

Soit x un nombre réel. On appelle partie entière de x , et on note $E(x)$, $[x]$ ou $\lfloor x \rfloor$, le plus grand nombre entier inférieur ou égal à x .

Fonctions et
Quantificateurs

Fonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

Déterminer un ensemble
de définition

8) Fonction partie entière

Définition : Fonction Partie entière

Soit x un nombre réel. On appelle partie entière de x , et on note $E(x)$, $[x]$ ou $\lfloor x \rfloor$, le plus grand nombre entier inférieur ou égal à x .



Remarque : En Scilab, la fonction partie entière est donnée par la commande `floor`

8) Fonction partie entière

Définition : Fonction Partie entière

Soit x un nombre réel. On appelle partie entière de x , et on note $E(x)$, $[x]$ ou $\lfloor x \rfloor$, le plus grand nombre entier inférieur ou égal à x .



Remarque : En Scilab, la fonction partie entière est donnée par la commande floor

Exemple -

$$\lfloor 4,12 \rfloor = 4, \quad \lfloor \pi \rfloor = 3, \quad \lfloor -2,4 \rfloor = -3$$

8) Fonction partie entière

Définition : Fonction Partie entière

Soit x un nombre réel. On appelle partie entière de x , et on note $E(x)$, $[x]$ ou $\lfloor x \rfloor$, le plus grand nombre entier inférieur ou égal à x .



Remarque : En Scilab, la fonction partie entière est donnée par la commande floor

Exemple -

$$\lfloor 4, 12 \rfloor = 4, \quad \lfloor \pi \rfloor = 3, \quad \lfloor -2, 4 \rfloor = -3$$

Propriété - Propriétés de la partie entière

- $\forall x \in \mathbb{R}, \lfloor x \rfloor \in \mathbb{Z}$
- $\forall x \in \mathbb{R}, \lfloor x \rfloor \leq x.$
- $\forall x \in \mathbb{R}, x < \lfloor x \rfloor + 1.$
- On a donc $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1.$
- On dit que la fonction partie entière est constante par morceaux.

Fonctions et
QuantificateursFonctions de
références

Fonctions Polynômes

Fonction inverse

Fonction racine carrée

Fonction valeur absolue

Fonction ln

Fonction exp

Fonctions puissances

Fonction partie entière

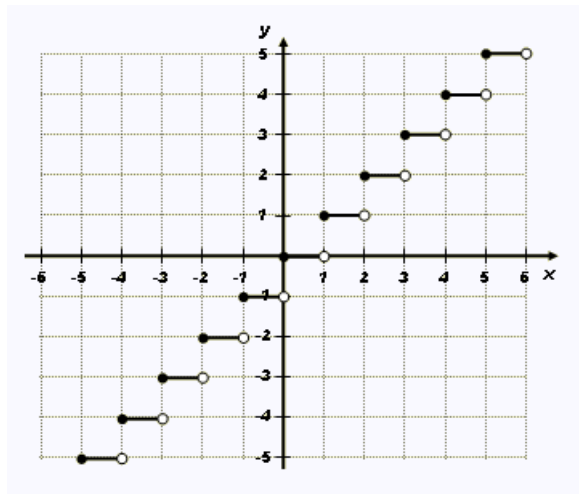
Déterminer un ensemble
de définition

Figure – Fonction partie entière



Exercice 7

9) Déterminer un ensemble de définition

Exemple - Rappel

Le domaine de définition de :

- $x \rightarrow \frac{1}{x}$ est $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- $x \rightarrow \sqrt{x}$ est $[0, +\infty[= \mathbb{R}_+$.
- $x \rightarrow \ln(x)$ est $]0, +\infty[= \mathbb{R}_+^*$.

9) Déterminer un ensemble de définition

Exemple - Rappel

Le domaine de définition de :

- $x \rightarrow \frac{1}{x}$ est $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- $x \rightarrow \sqrt{x}$ est $[0, +\infty[= \mathbb{R}_+$.
- $x \rightarrow \ln(x)$ est $]0, +\infty[= \mathbb{R}_+^*$.



Trouver le domaine de définition d'une fonction

- Si il y a une fraction, on vérifie que le dénominateur ne s'annule pas.
- Si il y a une racine carrée, on vérifie que l'expression sous la racine carrée est positive.
- Si il y a une fonction logarithme (\ln), on vérifie que l'expression dans le logarithme est strictement positive.



Exercice 8