A rendre pour le Mercredi 23 Septembre.

Exercice 1

Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

1. $\sqrt{x^2-2x+5} = x-3$
2. $\frac{1}{x-1} < \frac{2}{x+3}$
3. $e^x \geq x+1$
4. $|2x+1| + |x-2| = 4$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = (x^2-x-1)e^x + e$$

On admet que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

1. Calculer la dérivée de la fonction f.
2. Étudiez le signe du trinôme x^2+x-2.
3. Déterminez a, b et c tel que $f(x) = x^2\left(a + \dfrac{b}{x} + \dfrac{c}{x^2}\right)e^x + e$.
4. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
5. Déterminer le tableau de variations de f.
6. En déduire que $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) \geq 0$.

Exercice 3

On considère la fonction $f(x) = \ln\left(e^x + e^{-x}\right)$.

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Montrer que f est paire.
3. Tracer le tableau de variations de f.
4. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) - x = \ln(1+e^{-2x})$.
5. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - x$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) - x$.
6. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > x$.
7. Résoudre l'inéquation $f(x) < x+1$.
8. Tracer sur un même graphique les courbes représentatives de f, $y = x$ et $y = x+1$.