

## A rendre pour le jeudi 22 Février 2017

**Exercice 1 (Jeu de cartes)**

On dispose d'un jeu de 32 cartes et de 3 jeux de 52 cartes. On tire au sort l'un des jeux puis on tire une carte dans ce jeu. Quelle est la probabilité d'obtenir la dame de cœur ? Si on obtient la dame de cœur, quelle est la probabilité d'avoir choisi le jeu de 32 cartes ?

**Exercice 2 (Équiprobabilité et indépendances)**

On lance 3 fois de suite un dé. Calculer la probabilité d'obtenir 2 fois le numéro 4 de deux manières différentes :

1. situation équiprobable
2. Situation d'indépendance

**Exercice 3**

On dispose de deux urnes  $U_1$  et  $U_2$  :  $U_1$  contient 2 boules blanches et 2 boules noires et  $U_2$  contient une boule blanche et 3 boules noires. On effectue des tirages avec remise d'une boule selon le protocole suivant :

- le premier tirage se fait dans l'urne  $U_1$
- si le  $n^{\text{ième}}$  tirage a donné une boule blanche (resp. noire), le  $n + 1$  ième tirage s'effectue dans l'urne  $U_1$  (resp.  $U_2$ ).

On introduit les événements  $B_n$  (resp  $N_n$ ) "le  $n^{\text{ième}}$  tirage donne une boule blanche (resp. noire) " et on note  $p_n = P(B_n)$ .

1. Calculer  $p_1$  puis  $p_2$ .
2. Les événements  $B_1$  et  $B_2$  sont-ils indépendants ?
3. A l'aide de la formule des probabilités totales, montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $p_{n+1} = \frac{1}{4}p_n + \frac{1}{4}$ .
4. En déduire  $p_n$  en fonction de  $n$  ; puis déterminer sa limite quand  $n \rightarrow +\infty$ .

**Exercice 4 (Pièce truquée)**

Dans un lot de 100 pièces de monnaie toutes de même apparence, ont été mélangées 60 pièces équilibrées et 40 pièces truquées. La probabilité d'apparition de " Face " lors d'un jet d'une pièce truquée est  $\frac{3}{4}$ . Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. On prend une pièce au hasard et on la lance. Soit  $T$  l'évènement : " la pièce est truquée " et  $F$  l'évènement : " on obtient Face ".
  - (a) Calculer la probabilité d'obtenir " Face " (on pourra s'aider d'un arbre).
  - (b) Quelle est la probabilité que la pièce soit truquée sachant que l'on a obtenu " Face " ?
2. On prend une pièce au hasard et on la lance quatre fois.
  - si au cours des quatre lancers on obtient quatre fois " Face ", on décide d'éliminer la pièce,
  - dans le cas contraire, on décide de conserver la pièce.

On note E l'évènement "la pièce est éliminée".

- (a) Quelle est la probabilité que la pièce soit éliminée sachant qu'elle est équilibrée ?
- (b) Quelle est la probabilité que la pièce soit conservée sachant qu'elle est truquée ?
- (c) Quelle est la probabilité d'avoir pris une pièce équilibrée et de l'avoir éliminée ou d'avoir pris une pièce truquée et de l'avoir conservée ?
- (d) Quelle est la probabilité que la pièce soit éliminée sachant qu'elle est truquée ? En déduire  $P(E)$ .