A rendre pour le jeudi 14 Septembre 2017

Exercice 1
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1}.$$

1. Sans étudier les variations de f:
   (a) Montrer que f est minorée sur $\mathbb{R}$. Le minorant trouvé est il le minimum de f sur $\mathbb{R}$?
   (b) Montrer que f admet un maximum sur $\mathbb{R}$ en $x = 0$. Préciser la valeur de ce maximum.
2. Déterminer le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
   (a) Montrer que f est minorée sur $\mathbb{R}$. Le minorant trouvé est il le minimum de f sur $\mathbb{R}$?
   (b) Montrer que f admet un maximum sur $\mathbb{R}$ en $x = 0$. Préciser la valeur de ce maximum.

   Vérifiez que les résultats coïncident avec la question 1.

Exercice 2
Dans chacun des cas suivants, donner l'ensemble de définition et étudier les variations de la fonction f sur l'ensemble proposé.

1. La fonction est défini par $f(x) = 2x - \ln(x)$.
   En lisant le tableau de variations, pouvez vous donner le signe de f sur son ensemble de définition ?
2. La fonction est défini par
   $$f(x) = \frac{e^{-x}}{2+2x}.$$
   En lisant le tableau de variations, peut-on donner le signe de f sur son ensemble de définition ?
   Avez vous un autre moyen pour déterminer le signe de f sur son ensemble de définition ?

Exercice 3
On considère l'équation (E_1) :
$$e^x - x^n = 0$$
où x est un réel strictement positif et n un entier naturel non nul.

1. Montrer que l'équation (E_1) est équivalente à l'équation (E_2) :
   $$\ln(x) - \frac{x}{n} = 0.$$
2. Pour quelles valeurs de n l'équation (E_1) admet-elle deux solutions ?