

Correction Calculs du 7/09 au 13/09

Exercice 64 (Calcul littéral)

Factoriser chaque expression.

$$\begin{aligned}
 A &= (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3) \\
 &= (2x + 3)(2x + 3 + x - 2) \\
 &= \boxed{(2x + 3)(3x + 1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= (2t - 7) - (5t + 1)(2t - 7) \\
 &= (2t - 7)(1 - (5t + 1)) \\
 &= \boxed{-5t(2t - 7)}
 \end{aligned}$$

Exercice 65 (Fractions)

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{9 \times 8 \times 10}{6} - \frac{21 \times 13}{42} \\
 &= \frac{3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 10}{3 \times 2} - \frac{21 \times 13}{21 \times 2} \\
 &= 3 \times 4 \times 10 - \frac{13}{2} \\
 &= 120 - \frac{13}{2} = \boxed{\frac{227}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= n(n + 1) - 4n \times \frac{n + 2}{6} \\
 &= n^2 + n - \frac{4}{6}n^2 - \frac{8}{6}n \\
 &= \frac{2}{6}n^2 - \frac{2}{6}n \\
 &= \boxed{\frac{1}{3}n^2 - \frac{1}{3}n}
 \end{aligned}$$

Exercice 66 (Puissances et racines)

Simplifier au maximum les expressions suivantes en supprimant la racine du dénominateur le cas échéant.

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1 + 2x^2}{\sqrt{4 + 8x^2}} \\
 &= \frac{1 + 2x^2}{\sqrt{4(1 + 2x^2)}} \\
 &= \frac{1 + 2x^2}{2\sqrt{1 + 2x^2}} \\
 &= \boxed{\frac{1}{2}\sqrt{1 + 2x^2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= (-1)^{n+1} + 2(-1)^n + (-1)^{n+2} \\
 &= (-1)^n((-1) + 2 + (-1)^2) \\
 &= (-1)^n((-1) + 2 + 1) \\
 &= \boxed{2 \times (-1)^n}
 \end{aligned}$$

Exercice 67 (Équations)

Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 (1) &\iff e^{3x+2} = e \\
 &\iff 3x + 2 = 1 \\
 &\iff 3x = -1 \\
 &\iff x = -\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) &\iff 4x - 6 = -10 + 6x \\
 &\iff 10 - 6 = 6x - 4x \\
 &\iff 2x = 4 \\
 &\iff x = 2
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S}_1 = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

$$\mathcal{S}_2 = \{2\}$$

Exercice 68 (Logarithme et Exponentielle)

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$\begin{aligned}
 G &= \ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{2}\right) + \ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) \\
 &= \ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{2} \times \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) \\
 &= \ln\left(\frac{1}{4} \times (\sqrt{2}^2 - 1^2)\right) \\
 &= \boxed{\ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\ln(4)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H &= e^{3\ln(2)} \\
 &= 2^3 \\
 &= \boxed{8}
 \end{aligned}$$

Exercice 69 (Dérivées)

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. La fonction $x \rightarrow 2x^3 - 2\ln(x)$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* en tant que somme de fonctions dérivables sur \mathbb{R}_+^* et

$$\boxed{f'(x) = 6x^2 - \frac{2}{x}}$$

2. La fonction $x \rightarrow x^2e^x$ est dérivable sur \mathbb{R} en tant que produit de fonctions dérivables sur \mathbb{R} et

$$\boxed{g'(x) = (3x^2 + 1)e^x + (x^3 + x)e^x = (x^3 + 3x^2 + x + 1)e^x}$$

3. La fonction $x \rightarrow (\ln x)^2$ est dérivable sur \mathbb{R}_+^* en tant que composée de fonctions dérivables sur \mathbb{R}_+^* et

$$\boxed{h'(x) = \frac{2\ln(x)}{x}}$$

Exercice 70 (Inéquations)

1. On résout l'inéquation

$$\begin{aligned}
 -x + 4 &\geq 2x - 7 \iff 4 + 7 \geq 2x + x \\
 &\iff 11 \geq 3x \\
 &\iff \frac{11}{3} \geq x
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{L'ensemble des solutions est } \mathcal{S}_1 = \left[-\infty; \frac{11}{3}\right]}$$

2. On résout l'inéquation $(2x+5)(x-2)x^2 > 0$ à l'aide d'un tableau de signe

x	$-\infty$	$-5/2$	0	2	$+\infty$
Signe de $2x + 5$	-	0	+	+	+
Signe de $x - 2$	-	-	-	0	+
Signe de x^2	+	+	0	+	+
Signe de $(2x+5)(x-2)x^2$	+	0	-	0	+

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S}_3 =]-\infty; -\frac{5}{2}[\cup]2; +\infty[.$