

Correction Calculs du 10/08 au 16/08

Exercice 36 (Équations du premier degré)

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{lll}
 (1) \iff 3x + 27 = 0 & (2) \iff 4x - 6 = 2x + 8 & (3) \iff 3 - 3x = 3(x + 5) \\
 \iff 3x = -27 & \iff 2x = 14 & \iff 3 - 3x = 3x + 15 \\
 \iff x = -\frac{27}{3} & \iff x = \frac{14}{2} & \iff -12 = 6x \\
 \iff x = -9 & \iff x = 7 & \iff x = -\frac{12}{6} \\
 & & \iff x = -2
 \end{array}$$

$\mathcal{S}_1 = \{-9\}$

$\mathcal{S}_2 = \{7\}$

$\mathcal{S}_3 = \{-2\}$

Exercice 37 (Équations du premier degré avec fractions)

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{lll}
 (1) \iff \frac{2x}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{2} & (2) \iff \frac{2}{5} - \frac{x}{3} = 4x + \frac{-1}{15} & (3) \iff \frac{3x}{2} - \frac{7}{2} = \frac{3x}{4} + \frac{9}{4} \\
 \iff \frac{4x}{10} - \frac{1}{10} = \frac{5}{10} & \iff \frac{6}{15} - \frac{5x}{15} = \frac{60x}{15} - \frac{1}{15} & \iff \frac{6x}{4} - \frac{14}{4} = \frac{3x}{4} + \frac{9}{4} \\
 \iff 4x - 1 = 5 & \iff 6 - 5x = 60x - 1 & \iff 6x - 14 = 3x + 9 \\
 \iff 4x = 6 & \iff 65x = 7 & \iff 3x = 23 \\
 \iff x = \frac{3}{2} & \iff x = \frac{7}{65} & \iff x = \frac{23}{3}
 \end{array}$$

$\mathcal{S}_1 = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

$\mathcal{S}_2 = \left\{\frac{7}{65}\right\}$

$\mathcal{S}_2 = \left\{\frac{23}{3}\right\}$

Exercice 38 (Équations produits)

1. On résout l'équation

$$\begin{aligned}
 (3x + 1)(x - 5) = 0 &\iff 3x + 1 = 0 \text{ ou } x - 5 = 0 \\
 &\iff x = -\frac{1}{3} \text{ ou } x = 5
 \end{aligned}$$

On a ainsi $\mathcal{S}_1 = \left\{-\frac{1}{3}; 5\right\}$

2. On résout l'équation

$$\begin{aligned}
 (9x - 3)(-5x - 13) = 0 &\iff 9x - 3 = 0 \text{ ou } -5x - 13 = 0 \\
 &\iff 9x = 3 \text{ ou } 5x = -13 \\
 &\iff x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = -\frac{13}{5}
 \end{aligned}$$

$$\text{On a ainsi } \mathcal{S}_2 = \left\{ -\frac{13}{5}; \frac{1}{3} \right\}$$

3. On résout l'équation

$$\begin{aligned} (3x + 7)(4x - 8) = 0 &\iff 3x + 7 = 0 \text{ ou } 4x - 8 = 0 \\ &\iff 3x = -7 \text{ ou } 4x = 8 \\ &\iff x = -\frac{7}{3} \text{ ou } x = 2 \end{aligned}$$

$$\text{On a ainsi } \mathcal{S}_3 = \left\{ -\frac{7}{3}; 2 \right\}$$

Exercice 39 (Équations produits et factorisation)

Factoriser les expressions suivantes et résoudre l'équation produit qui en découle.

1. On résout l'équation

$$\begin{aligned} (3x + 2)(4x - 2) + (4x - 2)(x - 6) = 0 &\iff (4x - 2)((3x + 2) + (x - 6)) = 0 \\ &\iff (4x - 2)(4x - 4) = 0 \\ &\iff 4x - 2 = 0 \text{ ou } 4x - 4 = 0 \\ &\iff 4x = 2 \text{ ou } 4x = 4 \\ &\iff x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = 1 \end{aligned}$$

$$\text{On a ainsi } \mathcal{S}_1 = \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$$

2. On résout l'équation

$$\begin{aligned} (7x - 2)(2 - 3x) + (4x + 3)(7x - 2) = 0 &\iff (7x - 2)((2 - 3x) + (4x + 3)) = 0 \\ &\iff (7x - 2)(x + 5) = 0 \\ &\iff 7x - 2 = 0 \text{ ou } x + 5 = 0 \\ &\iff 7x = 2 \text{ ou } x = -5 \\ &\iff x = \frac{2}{7} \text{ ou } x = -5 \end{aligned}$$

$$\text{On a ainsi } \mathcal{S}_2 = \left\{ -5; \frac{2}{7} \right\}$$

3. On résout l'équation

$$\begin{aligned} (9x - 4)(-2 + 5x) - (9x - 4)(3x - 5) = 0 &\iff (9x - 4)((-2 + 5x) - (3x - 5)) = 0 \\ &\iff (9x - 4)(2x + 3) = 0 \\ &\iff 9x - 4 = 0 \text{ ou } 2x + 3 = 0 \\ &\iff 9x = 4 \text{ ou } 2x = -3 \\ &\iff x = \frac{4}{9} \text{ ou } x = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\text{On a ainsi } \mathcal{S}_3 = \left\{ \frac{4}{9}; -\frac{3}{2} \right\}$$

Exercice 40 (Équations produits et identité remarquable)

1. On résout l'équation

$$\begin{aligned}
4x^2 - 40x + 100 = 0 &\iff (2x - 10)^2 = 0 \\
&\iff 2x - 10 = 0 \\
&\iff 2x = 10 \\
&\iff x = 5
\end{aligned}$$

On a ainsi $\mathcal{S}_1 = \{5\}$

2. On résout l'équation

$$\begin{aligned}
(2x + 1)^2 - 49 = 0 &\iff (2x + 1 - 7)(2x + 1 + 7) = 0 \\
&\iff (2x - 6)(2x + 8) = 0 \\
&\iff 2x - 6 = 0 \text{ ou } 2x + 8 = 0 \\
&\iff 2x = 6 \text{ ou } 2x = -8 \\
&\iff x = 3 \text{ ou } x = -4
\end{aligned}$$

On a ainsi $\mathcal{S}_2 = \{-4; 3\}$

3. On résout l'équation

$$\begin{aligned}
(x + 5)^2 + 2(x + 5)(x - 3) + (x - 3)^2 = 0 &\iff (x + 5 + x - 3)^2 = 0 \\
&\iff (2x + 2)^2 = 0 \\
&\iff 2x + 2 = 0 \\
&\iff 2x = -2 \\
&\iff x = -1
\end{aligned}$$

On a ainsi $\mathcal{S}_3 = \{-1\}$ **Exercice 41 (Équations du second degré)**

Résoudre les équations suivantes en utilisant le discriminant.

1. Le discriminant de l'équation $x^2 + x - 2 = 0$ est $\Delta = 1 - 4 \times 1 \times (-2) = 9$. Il y a donc deux solutions

$$x_1 = \frac{-1 - 3}{2} = -2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

L'ensemble des solutions est

 $\mathcal{S}_1 = \{-2; 1\}$ 2. Le discriminant de l'équation $3x^2 + 2x - 1 = 0$ est $\Delta = 4 - 4 \times 3 \times (-1) = 16$. Il y a donc deux solutions

$$x_1 = \frac{-2 - 4}{6} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-2 + 4}{6} = \frac{1}{3}$$

L'ensemble des solutions est

 $\mathcal{S}_2 = \left\{-1; \frac{1}{3}\right\}$

3. Le discriminant de l'équation $-3x^2 + 1 = 0$ est $\Delta = 0 - 4 \times 1 \times (-3) = 12$. Il y a donc deux solutions

$$x_1 = \frac{0 - \sqrt{12}}{-6} = -\frac{2\sqrt{3}}{2 \times 3} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{0 + \sqrt{12}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

L'ensemble des solutions est

$$\mathcal{S}_3 = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$$

Une autre méthode peut être utilisée :

$$\begin{aligned} -3x^2 + 1 = 0 &\iff -3x^2 = -1 \\ &\iff x^2 = \frac{1}{3} \\ &\iff x^2 = \sqrt{\frac{1}{3}} \quad \text{ou} \quad -\sqrt{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Exercice 42 (Équations du troisième ou quatrième degré)

1. On résout l'équation

$$x(4x^2 + 2x + 1) = 0 \iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 4x^2 + 2x + 1 = 0$$

On résout alors $4x^2 + 2x + 1 = 0$. Le discriminant est $\Delta = 4 - 4 \times 4 \times 1 = -12 < 0$ Cette équation n'a donc pas de solution.

$$\text{L'ensemble des solutions est alors } \mathcal{S}_1 = \{0\}$$

2. On résout l'équation

$$\begin{aligned} (2x - 5)(x^2 - 49) = 0 &\iff 2x - 5 = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 - 49 = 0 \\ &\iff 2x - 5 = 0 \quad \text{ou} \quad (x - 7)(x + 7) = 0 \\ &\iff 2x = 5 \quad \text{ou} \quad (x - 7) = 0 \quad \text{ou} \quad (x + 7) = 0 \\ &\iff x = \frac{5}{2} \quad \text{ou} \quad x = 7 \quad \text{ou} \quad x = -7 \end{aligned}$$

$$\text{L'ensemble des solutions est alors } \mathcal{S}_2 = \left\{ -7; \frac{5}{2}; 7 \right\}$$

3. On résout l'équation

$$\begin{aligned} x^4 - 8x^2 + 16 = 0 &\iff (x^2 - 4)^2 = 0 \\ &\iff x^2 - 4 = 0 \\ &\iff x^2 = 4 \\ &\iff x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -2 \end{aligned}$$

$$\text{L'ensemble des solutions est alors } \mathcal{S}_2 = \{-2; 2\}$$