Correction Calculs du 03/08 au 09/08

Exercice 29 (Calcul de puissances)
Exprimer les calculs suivants sous la forme la plus simple possible. (n est un entier).

1. $1^n = \boxed{1}$
2. $(-1)^{2n+1} = (-1)^{2n} \times (-1) = \boxed{-1}$
3. $2^n - 2^{n-1} = 2^{n-1}(2-1) = \boxed{2^{n-1}}$
4. $3^n + 3^n + 3^n = 3^n(1+1+1) = \boxed{3^{n+1}}$

Exercice 30 (Simplification)
Écrire les expressions sous la forme x^a.

1. $(2^5)^4 = 2^{20}$.
2. $\dfrac{1}{4^3} = 4^{-3}$.
3. $3^4 \times 3^{-2} = 3^2$.
4. $\dfrac{4^3}{5^2}$ impossible.
5. $3^5 \times 7^5 = 21^5$.
6. $\dfrac{4^3}{4^{-2}} = 4^5$.
7. $3^6 \times 5^4$ impossible.
8. $\dfrac{9^{-2}}{3^{-2}} = \dfrac{3^{-4}}{3^{-2}} = 3^{-2}$.

Exercice 31 (Simplification)
Simplifier (si possible) les expressions au maximum.

$$\begin{aligned}9(-3)^{2n} &= 3^2 \times (-1)^{2n} \times 3^{2n}\\ &= 1 \times 3^{2n+2}\\ &= \boxed{3^{2(n+1)}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2^n 4^{n-3} &= 2^n \times (2^2)^{n-3}\\ &= 2^n \times 2^{2n-6}\\ &= \boxed{2^{3n-6}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2^3)^2 &= 8^2\\ &= \boxed{64}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4^{n-1}3^{2n-2} &= 4^{n-1} \times (3^2)^{n-1}\\ &= 4^{n-1} \times 9^{n-1}\\ &= \boxed{36^{n-1}}\end{aligned}$$

Exercice 32 (Puissances négative)
Écrire les expressions sous la forme x^a.

$$\begin{aligned}\frac{1}{x^{4-n}} &= x^{-(4-n)}\\ &= \boxed{x^{n-4}}\end{aligned}$$

$$\frac{x^2}{x^n} = \boxed{x^{2-n}}$$

$$\begin{aligned}\frac{x^n \times y^n}{(xy)^4} &= \frac{(xy)^n}{(xy)^4}\\ &= \boxed{(xy)^{n-4}}\end{aligned}$$

Écrire les expressions sous la forme d'une fraction.

4. $\boxed{x^{-5} = \dfrac{1}{x^5}}$
5. $\boxed{x^{n-4} = \dfrac{x^n}{x^4}}$
6. $\boxed{x^{2-n} = \dfrac{x^2}{x^n}}$

Exercice 33 (Puissances fractionnaires)
Écrire les expressions sous la forme x^a.

1. $\boxed{x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}.}$
2. $\boxed{\dfrac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}}.}$
3. $\boxed{\dfrac{x^4}{\sqrt{x}} = x^{\frac{7}{2}}.}$

Écrire les expressions en utilisant le symbole $\sqrt{}$.

4. $\boxed{x^{\frac{3}{2}} = x\sqrt{x}}$
5. $\boxed{x^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{x}}}$
6. $\boxed{x^{\frac{5}{2}} = x^2\sqrt{x}}$

Exercice 34 (Calculs)
Écris les expressions suivantes sous la forme d'un produit de puissances de nombres entiers, ayant le moins de facteurs possible. Tu détailleras les étapes de calculs.

$$\begin{aligned} A &= \frac{3^4 \times 2^5 \times 5^6}{3^7 \times 2^9 \times 5^3} \\ &= \boxed{3^{-3} \times 2^{-4} \times 3^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{7^{12} \times (9^4)^3 \times 5^{-5}}{9^{10} \times (5^{-7})^6 \times 7^{-17}} \\ &= \frac{7^{29} \times 9^{12} \times 5^{-5}}{9^{10} \times 5^{-42}} \\ &= \boxed{7^{29} \times 9^2 \times 5^{37}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{(-4)^7 \times (-6)^2 \times 3^{-7}}{(-3)^5 \times 4^{-11} \times 6^{-3}} \\ &= \frac{(-1)^9 \times (2^2)^7 \times (3 \times 2)^2 \times 3^{-7}}{(-1)^5 \times 3^5 \times (2^2)^{-11} \times (3 \times 2)^{-3}} \\ &= \frac{(-1)^4 \times 2^{14} \times 3^2 \times 2^2 \times 3^{-7}}{3^5 \times 2^{-22} \times 3^{-3} \times 2^{-3}} \\ &= \boxed{2^{41} \times 3^{-7}} \end{aligned}$$

Exercice 35 (Calculs)
Simplifie chaque expression au maximum.

$$\begin{aligned} A &= \frac{x^2 + 2x + 1}{(1+x)^2} \\ &= \frac{(x+1)^2}{(1+x)^2} \\ &= \boxed{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{x^4 - 9}{(x^2+3)^2} \\ &= \frac{(x^2-3)(x^2+3)}{(x^2+3)^2} \\ &= \boxed{\frac{x^2-3}{x^2+3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{(x-1)(x^2-2x+1)}{(x-1)^{-2}} \\ &= \frac{(x-1)(x-1)^2}{(x-1)^{-2}} \\ &= \boxed{(x-1)^5} \end{aligned}$$