

## Correction Calculs du 27/07 au 02/08

**Exercice 22 (Simplification de fractions)**

Simplifier chacune des fractions suivantes.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{x}{\sqrt{x}} \\
 &= \frac{\sqrt{x} \times \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \\
 &= \boxed{\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{x^3}{x\sqrt{x}} \\
 &= \frac{x^2\sqrt{x}\sqrt{x}}{x\sqrt{x}} \\
 &= \boxed{x\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{2x^2}{\sqrt{16x}} \\
 &= \frac{2x\sqrt{x}\sqrt{x}}{4\sqrt{x}} \\
 &= \boxed{\frac{1}{2}x\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

Et enfin,

$$D = \frac{x + 2\sqrt{x^2}}{2} = \frac{x + 2|x|}{2}$$

Il faut alors distinguer deux cas :

$$\text{Si } x \geq 0, \text{ alors } D = \frac{x + 2x}{2} = \frac{3}{2}x$$

$$\text{Si } x < 0, \text{ alors } D = \frac{x - 2x}{2} = -\frac{1}{2}x$$

**Exercice 23 (Réductions de racines carrées)**Dans chacun des cas suivants, écrire  $\sqrt{\Delta}$  sous la forme  $a\sqrt{b}$ , avec  $a$  et  $b$  entiers,  $b$  étant le plus petit possible.

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\Delta} &= \sqrt{8} \\
 &= \sqrt{4 \times 2} \\
 &= \boxed{2\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\Delta} &= \sqrt{48} \\
 &= \sqrt{16 \times 3} \\
 &= \boxed{4\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\Delta} &= \sqrt{84} \\
 &= \sqrt{4 \times 21} \\
 &= \boxed{2\sqrt{21}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\Delta} &= \sqrt{180} \\
 &= \sqrt{36 \times 5} \\
 &= \boxed{6\sqrt{5}}
 \end{aligned}$$

*La dernière égalité peut être obtenue en 2 étapes***Exercice 24 (Utilisation de la valeur absolue)**

Exprimez sans valeur absolue les quantités suivantes :

$$|5| = 5$$

$$|-32| = 32$$

$$|x^2 + 1| = x^2 + 1.$$

car  $x^2 + 1 > 0$ . Pour la dernière, il faut savoir quand  $x + 1 \geq 0$ ,

$$|x + 1| = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \geq -1 \\ -x - 1 & \text{si } x < -1 \end{cases}$$

**Exercice 25 (Développement)**

Développer chacune des expressions suivantes, puis en donner une écriture simplifiée.

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{2} + 5\sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \times \sqrt{3} \\ &= \boxed{2\sqrt{2} - \sqrt{6} + 10\sqrt{3} - 15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 \\ &= 2 + 2\sqrt{2}\sqrt{5} + 5 \\ &= \boxed{7 + 2\sqrt{10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (\sqrt{x^2 + 1} + x)(\sqrt{x^2 + 1} - x) \\ &= x^2 + 1 - x^2 \\ &= \boxed{1} \end{aligned}$$

**Exercice 26 (Simplification)**

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{54x^6} \\ &= \sqrt{9x^6 \times 6} \\ &= \boxed{3x^3\sqrt{6}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) \\ &= (\sqrt{3})^2 - 1^2 \\ &= \boxed{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (\sqrt{x+1})^2 - 1 \\ &= x + 1 - 1 \\ &= \boxed{x} \end{aligned}$$

**Exercice 27 (Quantité conjuguée)**

Simplifier au maximum les expressions suivantes en faisant disparaître la racine carré du dénominateur :

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{1 + \sqrt{6}} \\ &= \frac{5(1 - \sqrt{6})}{(1 + \sqrt{6})(1 - \sqrt{6})} \\ &= \frac{5(1 - \sqrt{6})}{1 - 6} \\ &= \frac{5(1 - \sqrt{6})}{-5} \\ &= \boxed{\sqrt{6} - 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{2 - \sqrt{3}} \\ &= \frac{2(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} \\ &= \frac{2(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} \\ &= \boxed{4 + 2\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{x}{x - \sqrt{x}} \\ &= \frac{x(x + \sqrt{x})}{(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})} \\ &= \frac{x(x + \sqrt{x})}{x^2 - x} \\ &= \boxed{\frac{x + \sqrt{x}}{x - 1}} \end{aligned}$$

**Exercice 28 (Plus difficile)**

Écrire sous forme d'une fraction irréductible les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} \times \frac{1}{\sqrt{x} + x} \times 2x \\ &= \frac{2(x + x\sqrt{x})}{x + x\sqrt{x}} \\ &= \boxed{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} - \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \\ &= \frac{\sqrt{x} + 1 - \sqrt{x} + 1}{x - 1} \\ &= \boxed{\frac{2}{x - 1}} \end{aligned}$$

Et enfin

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1}} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 1}(1 + \sqrt{t^2 + 1})} \\ &= \frac{1 + \sqrt{t^2 + 1}}{\sqrt{t^2 + 1}(1 + \sqrt{t^2 + 1})} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 1}(1 + \sqrt{t^2 + 1})} \\ &= \frac{1 + t^2 + \sqrt{1 + t^2}}{\sqrt{t^2 + 1} + t^2 + 1} \\ &= \boxed{1} \end{aligned}$$